

باسمه تعالی

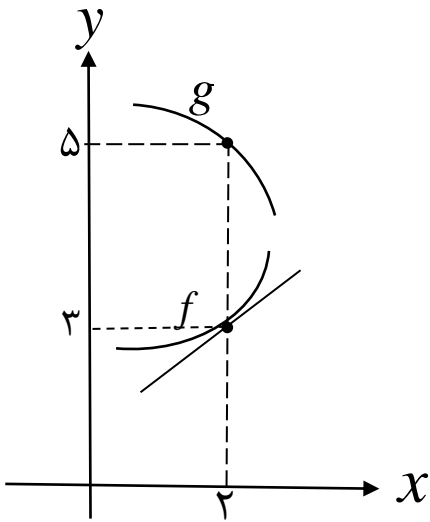
| | | | |
|---|------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ | تعداد صفحه: ۳ | رشته: علوم تجربی | نام و نام خانوادگی: |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | |

| | | | |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

| | | |
|----------------------------|---|---|
| ۰/۷۵ | درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است. ب) نقطه (۱, ۱) یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = 2 - x^2 $ است. پ) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است. | ۱ |
| ۰/۷۵ | در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با است. ب) اگر A مجموعه اعداد طبیعی اول و B مجموعه اعداد طبیعی مرکب و $C = \dots\dots\dots$ باشند، آنگاه A ، B و C یک افزاز روی مجموعه اعداد طبیعی است. پ) نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است. | ۲ |
| ۱/۲۵ | اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$ ، آنگاه: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید. | ۳ |
| ۱/۲۵ | نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید. | ۴ |
| ۰/۷۵ | جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید. | ۵ |
| ۰/۵ | آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟ | ۶ |
| «ادامه سؤالات در صفحه دوم» | | |

| | | | |
|---|------------------|---|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ | تعداد صفحه: ۳ | رشته: علوم تجربی | نام و نام خانوادگی: |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | |

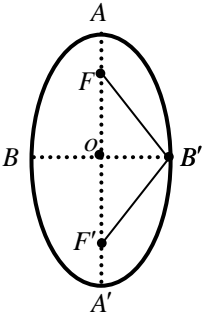
| | | | |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

| | | |
|----|---|------|
| ۷ | حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. | ۱/۵ |
| | الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$ | |
| | ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$ | |
| | پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$ | |
| ۸ | با توجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟ | ۱ |
| |  | |
| ۹ | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) | ۲/۲۵ |
| | الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$ | |
| | ب) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x-6}$ | |
| | پ) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$ | |
| ۱۰ | آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟ | ۱/۵ |

باسمه تعالی

| | | | |
|---|------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ | تعداد صفحه: ۳ | رشته: علوم تجربی | نام و نام خانوادگی: |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | ساعت شروع: ۸ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | |

| | | | |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

| | | |
|----|--|--------------|
| ۱۱ | بزرگترین بازه از \mathbb{R} که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید. | ۱/۵ |
| ۱۲ | پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهناى مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد. | ۱/۷۵ |
| ۱۳ | در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات $F(1,5)$ و $F'(1,1)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(1,6)$ می‌باشد: الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید. پ) مساحت مثلث $B'FF'$ را بدست آورید. | ۱/۷۵ |
| |  | |
| ۱۴ | اگر دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ و $(x-2)^2 + (y+1)^2 = m^2$ مماس خارج باشند، مقدار m را بیابید. | ۱/۷۵ |
| ۱۵ | مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آن‌ها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟ | ۱/۷۵ |
| ۲۰ | جمع نمره | "موفق باشید" |

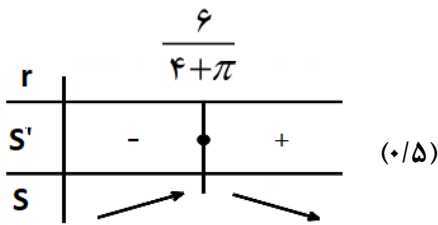
| | | | |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | |

| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---|------|
| ۰/۷۵ | پ) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) الف) درست (۰/۲۵) | ۱ |
| ۰/۷۵ | پ) $(-۱, ۴)$ (۰/۲۵) ب) $\{۱\}$ (۰/۲۵) الف) ۵ (۰/۲۵) | ۲ |
| ۱/۲۵ | الف) $D_{fog} = \underbrace{\{x \in R \mid x-1 \geq -1\}}_{\cdot/۵} = [۰, +\infty)$ (۰/۲۵) ب) $f(g(x)) = \underbrace{\sqrt{x-1+1}}_{\cdot/۲۵} = \sqrt{x}$ (۰/۲۵) | ۳ |
| ۱/۲۵ | $\frac{۲\pi}{ b } = ۴\pi \Rightarrow b = \pm \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $ a = \frac{۳ - (-۱)}{۲} = ۲ \Rightarrow a = \pm ۲$ (۰/۲۵) با توجه به نمودار تابع، ab باید عددی منفی شود بنابراین $ab = -۱$ (۰/۲۵) | ۴ |
| ۰/۷۵ | $\cos ۲x = \cos x \Rightarrow \underbrace{۲x = ۲k\pi \pm x}_{\cdot/۲۵} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{۲k\pi}{۳}}_{\cdot/۲۵} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{۲\pi}{۳}}_{\cdot/۲۵}$ | ۵ |
| ۰/۵ | خیر (۰/۲۵) زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست $x=1$ تعریف نشده است. (۰/۲۵) | ۶ |
| ۱/۵ | الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1} = ۳$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-۲}{ \sin x } = \frac{-۲}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۳x^۲ + ۴x^۵}{x^۳ - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۴x^۵}{x^۳} = +\infty$ (۰/۲۵) | ۷ |

| | | | |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | |

| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف | | | | | | | | | | | | |
|------|--|------|----|---|--|------|---|---|---|-----|---|---|---|----|
| ۱ | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 5f'(2) \quad (0/25)$ | ۸ | | | | | | | | | | | | |
| ۲/۲۵ | <p>الف) $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2+4) + 3x^2(\sqrt{3x+2}) \quad (0/25)$</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2+1)}{(x-6)^2} \quad (0/25)$</p> <p>پ) $h'(x) = 4(2x^5-1)^2(10x^4) \quad (0/25)$</p> | ۹ | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | <p>$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13 \quad (0/25)$</p> <p>$\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1 \quad (0/25)$</p> <p>پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه $x = 2$، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است. (۰/۲۵)</p> | ۱۰ | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | <p>$f'(x) = -6x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (0/5)$</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↗</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p> <p>پس تابع در بازه $[-1, 1]$ صعودی اکید است. (۰/۲۵)</p> | x | -1 | 1 | | f' | - | + | - | f | ↘ | ↗ | ↘ | ۱۱ |
| x | -1 | 1 | | | | | | | | | | | | |
| f' | - | + | - | | | | | | | | | | | |
| f | ↘ | ↗ | ↘ | | | | | | | | | | | |

| | | | |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | |

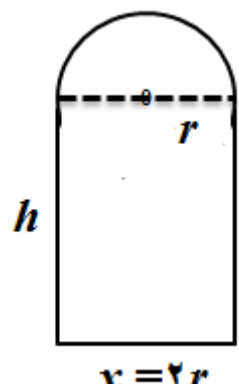
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف | | | | | | | | | |
|------|---|------|---------------------|--|----|---|---|---|-----|--|----|
| ۱/۷۵ | $\underbrace{2h + 2r + \pi r}_{\cdot/25} = 6 \Rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2} \quad (\cdot/25)$ $S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r \quad (\cdot/25)$ $6 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot/25)$ <div style="text-align: center;"> <table style="margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">r</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{6}{4 + \pi}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">S'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">S</td> <td style="padding: 5px;">↙ ↘</td> <td></td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> </div> $h = \frac{6 - (2 + \pi)\frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot/25)$ | r | $\frac{6}{4 + \pi}$ | | S' | - | + | S | ↙ ↘ | | ۱۲ |
| r | $\frac{6}{4 + \pi}$ | | | | | | | | | | |
| S' | - | + | | | | | | | | | |
| S | ↙ ↘ | | | | | | | | | | |
| ۱/۷۵ |  <div style="margin-left: 200px;"> $FF' = 4 \quad (\cdot/25), O(1, 3) \quad (\cdot/25)$ (الف) $y = 3 \quad (\cdot/25)$ (ب) (پ) $OB' = \sqrt{OA^2 - OF^2} = \sqrt{5} \quad (\cdot/25)$ $S = \frac{1}{2} OB' \times FF' = 2\sqrt{5} \quad (\cdot/25)$ </div> | ۱۳ | | | | | | | | | |
| ۱/۷۵ | $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 : \underbrace{O(-1, 2), r = 2}_{\cdot/25} \quad (\cdot/25)$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 : \underbrace{O'(2, -1), r' = m}_{\cdot/25} \quad (\cdot/25)$ $OO' = 3\sqrt{2} \quad (\cdot/25)$ $\underbrace{OO' = r + r'}_{\cdot/25} \Rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2 \quad (\cdot/25)$ | ۱۴ | | | | | | | | | |

| | | | |
|---|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | |

| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|--|------|
| ۱/۷۵ | $P(A) = \frac{1}{4} (۰ / ۲۵), \quad P(B) = \frac{3}{4} (۰ / ۲۵)$ <p>(الف)</p> <p>(ب)</p> $P(C) = P(A)P(C A) + P(B)P(C A)$ $= \frac{1}{4} \times \frac{۳۵}{۱۰۰} + \frac{3}{4} \times \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{1}{5} \quad (۱ / ۲۵)$ <p>به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.</p> | ۱۵ |
| ۲۰ | جمع نمره | |

| | | | |
|---|------------------|---|---|
| مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲ | |

| | | |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

| | | | | | | | | |
|------|---|-----|---------------------|------|---|-----|---|----|
| ۱/۷۵ | $\underbrace{2h + 2r + \pi r = 6}_{(0/25)} \Rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2} \quad (0/25)$ $S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r \quad (0/25)$ $S'(r) = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi} \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>r</td> <td>$\frac{6}{4 + \pi}$</td> </tr> <tr> <td>S'</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td>S</td> <td style="text-align: center;">→</td> </tr> </table> $x = 2r = \frac{12}{4 + \pi} \quad (0/25), \quad h = \frac{6 - (2 + \pi)\frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi} \quad (0/25)$ <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div> | r | $\frac{6}{4 + \pi}$ | S' | + | S | → | ۱۲ |
| r | $\frac{6}{4 + \pi}$ | | | | | | | |
| S' | + | | | | | | | |
| S | → | | | | | | | |
| | صفحه ۱۱۹ کتاب درسی | | | | | | | |

| | | |
|------|---|----|
| ۱/۷۵ | <p>(الف)</p> $p(A) = \frac{3}{4} \quad (0/25), \quad p(B) = \frac{1}{4} \quad (0/25)$ <p>(ب)</p> $p(C) = p(A)p(C/A) + p(B)p(C/B)$ $\frac{3}{4} \times \frac{35}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{15}{100} = \frac{3}{10} \quad (0/25)$ <p>(0/5) (0/5)</p> | ۱۵ |
| | صفحه ۱۴۸ کتاب درسی | |
| | به روش حل با استفاده از نمودار درختی، نمره تعلق گیرد. | |