

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۱		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۳۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشاگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		<a href="http://azmoon.gaj.ir">http://azmoon.gaj.ir</a> 		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مجموع ریشه های معادله <math>4x^2 - 3x - 7 = 0</math> برابر <math>-\frac{3}{4}</math> است.</p> <p>ب) در معادله <math> y  = x + 1</math>، <math>y</math> تابعی از <math>x</math> نیست.</p> <p>پ) دو تابع <math>f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x</math> و <math>g(x) = -\log_5 x</math> وارون یکدیگرند.</p> <p>ت) اگر تابع <math>f(x) + g(x)</math> در <math>x = a</math> حد داشته باشد، آن گاه هر دو تابع <math>f(x)</math> و <math>g(x)</math> در <math>x = a</math> حد دارند.</p>			
۱	<p>درجای خالی عبارت مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) نمایش عبارت «فاصله بین <math>x</math> و ۳ برابر ۷ است» با نماد قدرمطلق به صورت ..... است.</p> <p>ب) برای هر دو تابع، اگر دامنهها با هم برابر و بردها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابر ..... (هستند، نیستند)</p> <p>پ) انتهای کمان روبرو به زاویه ۶ رادیان در ربع ..... دایره مثلثاتی قرار دارد.</p> <p>ت) اگر بازه <math>(7, x - 1)</math> همسایگی عدد ۲ باشد، حدود <math>x</math> بازه ..... می باشد.</p>			
۱.۲۵	مجموع همه اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۶ را بنویسید. (از فرمول مجموع جملات دنباله استفاده کنید).			
۰.۵	<p>شکل روبه رو نمودار سهمی <math>y = ax^2 + bx + c</math> می باشد، علامت ضرایب <math>b</math> و <math>c</math> را تعیین کنید.</p> 			
۱	معادله $\sqrt{x+1} = x-5$ را حل کنید.			
۰.۷۵	فاصله نقطه $A(-2, 4)$ از خط $4x - 3y + 12 = 0$ را به کمک فرمول فاصله نقطه از خط به دست آورید.			
۱.۲۵	<p>نمودار تابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن را بنویسید. ( [ ] نماد جزء صحیح است )</p> $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+2} & -2 \leq x < 0 \\ [x] & 0 \leq x < 2 \end{cases}$			
۰.۷۵	ابتدا مشخص کنید کدام یک از توابع زیر یک به یک است، سپس ضابطه وارون آن را بنویسید.			
۰.۷۵	<p>الف) <math>f(x) = (x-3)^2</math> <math>x \geq 0</math></p> <p>ب) <math>g(x) =  x-1  + 2</math> <math>x \geq 1</math></p>			

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۱		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
پایه یازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۳۰	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳		 <a href="http://azmoon.gaj.ir">http://azmoon.gaj.ir</a>		
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۹	الف) اگر $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = x^2 - 3$ باشد، دامنه $fog$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) اگر $f = \{(2, 4), (-2, 3), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, -2), (1, 7), (3, 0)\}$ باشد، تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.			
۱۰	نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده، ۱۲۸ میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می‌ماند را محاسبه کنید.			
۱۱	اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل $\log \sqrt{+75}$ را بر حسب $a$ و $b$ به دست آورید.			
۱۲	معادله لگاریتمی $\log_2(x+7) - \log_2(x-2) = 2$ را حل کنید.			
۱۳	در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، اندازه کمان رو به رو به زاویه مرکزی $20^\circ$ را تعیین کنید.			
۱۴	مقدار عددی هر یک از عبارات های زیر را به دست آورید. الف) $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ)$ ب) $\cos(15^\circ)$			
۱۵	نمودار تابع $f(x) = -\sin x + 1$ را به کمک نمودار $y = \sin x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.			
۱۶	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ مقدار عبارت، $A = \lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] + f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ را به دست آورید. ( [ ] نماد جزء صحیح است ) 			
۱۷	محدود زیر را محاسبه کنید. ( [ ] نماد جزء صحیح است ) الف) $\lim_{x \rightarrow 3} 5$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2[x] - 27}{x - 3}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin x}{\cos x}$			
۱۸	مقادیر $a$ و $b$ را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x > 1 \\ x-1 & x = 1 \\ b-1 & x = 1 \\ x-2a & x < 1 \end{cases}$			

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	نوبت صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱
		تعداد صفحه: ۳	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه
 <a href="http://azmoon.gaj.ir">http://azmoon.gaj.ir</a>			


ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (ص ۸) ب) درست (ص ۴۹) پ) درست (ص ۸۱) ت) نادرست (ص ۱۳۵) (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۱						
۰/۷۵	الف) $ x-3 =7$ یا $ 3-x =7$ (ص ۲۸) ب) حذف) پ) چهارم (ص ۹۳) ت) $(-\infty, 3)$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۲						
۱/۲۵	دنباله حسابی $a_n = 96$ (۰/۲۵) $d = 6$ (۰/۲۵) و $12$ و $18$ و $96 \rightarrow d = 6$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)	۳						
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <math display="block">n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \quad (۰/۲۵)</math> </td> <td style="width: 5%; text-align: center; vertical-align: middle;">یا</td> <td style="width: 45%; padding: 5px;"> <math display="block">a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 96 = 12 + 6(n-1)</math> <math display="block">\rightarrow \frac{84}{6} = n-1 \rightarrow n-1 = 14 \rightarrow n = 15 \quad (۰/۲۵)</math> </td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <math display="block">S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{15}{2}(12 + 96)</math> <math display="block">= \frac{15}{2}(108) = 810 \quad (۰/۵)</math> </td> <td style="width: 5%; text-align: center; vertical-align: middle;">یا</td> <td style="width: 45%; padding: 5px;"> <math display="block">S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(12) + 6(15-1)]</math> <math display="block">= \frac{15}{2}(108) = 810 \quad (۰/۵)</math> </td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">روش های دیگر: برای به دست آوردن <math>n</math>، به راه حل های زیر نیز نمره داده شود.</p> <p>۱) نوشتن همه جملات و سپس شمارش تعداد آنها                  ۲) استفاده از روش <math>n = \left[ \frac{99}{6} \right] - 1 = 15</math></p>			$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \quad (۰/۲۵)$	یا	$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 96 = 12 + 6(n-1)$ $\rightarrow \frac{84}{6} = n-1 \rightarrow n-1 = 14 \rightarrow n = 15 \quad (۰/۲۵)$	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{15}{2}(12 + 96)$ $= \frac{15}{2}(108) = 810 \quad (۰/۵)$	یا	$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(12) + 6(15-1)]$ $= \frac{15}{2}(108) = 810 \quad (۰/۵)$
$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{96 - 12}{6} + 1 = 15 \quad (۰/۲۵)$	یا	$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 96 = 12 + 6(n-1)$ $\rightarrow \frac{84}{6} = n-1 \rightarrow n-1 = 14 \rightarrow n = 15 \quad (۰/۲۵)$						
$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{15}{2}(12 + 96)$ $= \frac{15}{2}(108) = 810 \quad (۰/۵)$	یا	$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{15}{2}[2(12) + 6(15-1)]$ $= \frac{15}{2}(108) = 810 \quad (۰/۵)$						
۰/۵	$c < 0$ (منفی) (۰/۲۵) و $b > 0$ (مثبت) (۰/۲۵) (ص ۱۲)	۴						
۱	روش اول: $\sqrt{x+1} = x - 5 \rightarrow x + 1 = (x - 5)^2 \rightarrow x + 1 = x^2 - 10x + 25$ $\rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \rightarrow (x - 3)(x - 8) = 0$ $\rightarrow x = 3$ (غ ق ق) (۰/۲۵) $x = 8$ (ق ق) (۰/۲۵)	۵						
روش دوم: $\sqrt{x+1} = x - 5 \xrightarrow{x-5=t} \sqrt{t+6} = t \rightarrow t^2 - t - 6 = 0$ $\rightarrow t = -2$ (غ ق ق) (۰/۲۵) $\rightarrow t = 3 \rightarrow x = t + 5 = 8$ (ص ۲۱)								
۰/۷۵	$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ 4(-2) - 3(4) + 12 }{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}} = \frac{ -8 }{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$ (۰/۲۵) (ص ۳۴)	۶						
توجه: اگر دانش آموز در فرمول اصلی از قدرمطلق استفاده نکند و بعد از تعیین مقدار، قدرمطلق را بکار گیرد. نمره داده شود. همچنین اگر در صورت کسر قدرمطلق را ننویسد و بقیه راه حل را صحیح انجام دهد. ۰/۲۵ نمره کسر گردد.								



مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	نوبت صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱
		تعداد صفحه: ۳	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه
 <a href="http://azmoon.gaj.ir">http://azmoon.gaj.ir</a>			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\log_r(x+7) - \log_r(x-2) = 2 \rightarrow \log_r\left(\frac{x+7}{x-2}\right) = 2 \rightarrow \frac{x+7}{x-2} = r^2 \rightarrow \underbrace{x+7 = rx-2r}_{(0/25)} \rightarrow x = 5 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;"><b>روش دوم:</b></p> $\log_r(x+7) - \log_r(x-2) = 2 \rightarrow \log_r(x+7) = 2 + \log_r(x-2)$ $\rightarrow \log_r(x+7) = \log_r r^2(x-2) \rightarrow \underbrace{x+7 = r^2(x-2)}_{(0/25)} \rightarrow x = 5 \quad (ص ۹۰)$	۱
۱۳	$\theta = 20^\circ \rightarrow \theta = \frac{\pi}{9} \quad (0/25), \quad l = r\theta = 3 \times \frac{\pi}{9} = \frac{\pi}{3} \text{ cm} \quad (0/5)$ <p style="text-align: right;"><b>روش دوم:</b></p> $l = \frac{20}{360} \times 3 \times 2\pi = \frac{\pi}{3} \text{ cm} \quad (0/75)$ <p><b>توجه:</b> با توجه به تعریف اندازه کمان و طول کمان عنوان شده در هندسه ۲، در صورتی که دانش آموز فقط بنویسد اندازه کمان ۲۰ درجه یا <math>\frac{\pi}{9}</math> رادیان است، نمره تعلق گیرد.</p>	۰/۷۵
۱۴	<p style="text-align: right;"><b>الف) (ص ۱۰۴)</b></p> $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ) = \underbrace{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(360^\circ - 60^\circ)}_{(0/25)} = -\underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(60^\circ)}_{(0/25)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ <p style="text-align: right;"><b>روش دوم قسمت الف:</b></p> $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ) = \underbrace{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(360^\circ - 60^\circ)}_{(0/25)}$ $= \underbrace{\sin \pi \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos \pi \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(360^\circ) \cos(60^\circ) + \sin(360^\circ) \sin(60^\circ)}_{(0/25)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ <p style="text-align: right;"><b>روش سوم قسمت الف:</b></p> $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos(300^\circ) = \underbrace{\sin(225^\circ)}_{(0/25)} + \underbrace{\cos(300^\circ)}_{(0/25)} = \sin(180^\circ + 45^\circ) + \cos(270^\circ + 30^\circ)$ $= \underbrace{-\sin(45^\circ)}_{(0/25)} + \underbrace{\sin(30^\circ)}_{(0/25)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$ <p style="text-align: right;"><b>ب) (ص ۱۱۲)</b></p> $\cos(15^\circ) = \underbrace{\cos(45^\circ - 30^\circ)}_{(0/25)} = \underbrace{\cos(45^\circ) \cos(30^\circ) + \sin(45^\circ) \sin(30^\circ)}_{(0/25)}$ $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \quad (0/25)$	۲/۲۵

مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	نوبت صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱
		تعداد صفحه: ۳	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه
 <a href="http://azmoon.gaj.ir">http://azmoon.gaj.ir</a>			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

روش دوم:

$$\begin{aligned} \cos(15^\circ) &= \sin(75^\circ) = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \underbrace{\sin(30^\circ)}_{(0/25)} \cos(45^\circ) + \underbrace{\cos(30^\circ)}_{(0/25)} \sin(45^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad (0/25) \end{aligned}$$

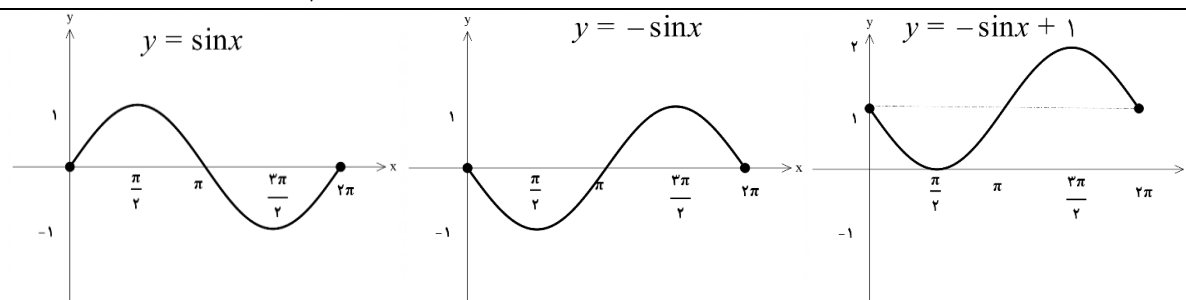
روش سوم:

$$\begin{aligned} \cos(15^\circ) &= \cos(60^\circ - 45^\circ) = \underbrace{\cos(60^\circ)}_{(0/25)} \cos(45^\circ) + \underbrace{\sin(60^\circ)}_{(0/25)} \sin(45^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad (0/25) \end{aligned}$$

روش چهارم:

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \cos(30^\circ)}{2} \rightarrow \cos^2(15^\circ) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \quad (0/25) \\ \xrightarrow{\cos(15^\circ) > 0} \cos(15^\circ) &= \frac{1}{2} \sqrt{2 + \sqrt{3}} \quad (0/25) \end{aligned}$$

۰/۷۵



۱۵

هر نمودار (۰/۲۵)

توجه: در صورتی که تنها نمودار نهایی به درستی رسم شده باشد، نمره کامل تعلق گیرد.  
(ص ۱۰۹)

۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] &= 0 \quad (0/25) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3 \quad (0/25) \quad , \quad f(2) = 2 \quad (0/25) \\ \rightarrow A &= 0 + 2 + 3 = 5 \quad (0/25) \end{aligned}$$

(ص ۱۲۵ و (ص ۱۲۹)

۱۶

۲

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2} 5 = 5 \quad (0/25)$


(ص ۱۳۰)

۱۷

ب)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2[x] - 27}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x^2 - 27}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x^2 - 9)}{x - 3} = 3 \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = 18 \quad (0/25)$

(ص ۱۴۴)



مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه	نوبت صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۱
		تعداد صفحه: ۳	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه
 <a href="http://azmoon.gaj.ir">http://azmoon.gaj.ir</a>			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	<p style="text-align: right;"><b>روش ششم قسمت پ:</b></p> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \sin(\frac{\pi}{2} + t)}{\cos(\frac{\pi}{2} + t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{-\sin t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{-\sin t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{-2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{t}{2}}{-\cos \frac{t}{2}} = 0$ <p style="text-align: right;">(ص ۱۴۴)</p> <p>همکار گرامی؛ لطفاً به راه حل های درست دیگر به تناسب نمره داده شود.</p>	
--	---	--

۱/۵	<p style="text-align: right;"><b>حد راست:</b></p> $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: right;">محاسبه حد راست راه حل های دیگر نیز دارد:</p> <p style="text-align: right;"><b>راه حل دوم:</b></p> $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: right;"><b>راه حل سوم:</b> تغییر متغیر <math>\sqrt{x} = t</math></p> $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{t-1}{t^2-1} = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{1}{t+1} = \frac{1}{2}$ <p>حد چپ <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-2a) = 1-2a</math> (۰/۲۵)</p> <p>مقدار <math>f(1) = b-1</math> (۰/۲۵)</p> $\rightarrow \begin{cases} b-1 = \frac{1}{2} \rightarrow b = \frac{3}{2} & (۰/۲۵) \\ 1-2a = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{4} & (۰/۲۵) \end{cases}$ <p style="text-align: right;">(ص ۱۵۱)</p>	۱۸
-----	---	----

۲۰	جمع نمره	
----	----------	--

همکاران گرامی، خدا قوت، تمام موارد درخور اهمیت جهت نمره گذاری در راهنمای تصحیح نوشته شده است، خواهشمند است جهت رعایت عدالت آموزشی، اوراق دانش آموزان، صرفاً بر اساس راهنمای مذکور تصحیح و بازبینی شوند. با سپاس از مساعدت همکاران بزرگوار